BİNOM AÇILIMI

$(a+b)^n = \binom{n}{0}\cdot a^n + \binom{n}{1}\cdot a^{n-1}\cdot b^1 + \binom{n}{2}\cdot a^{n-2}\cdot b^2 + \dots$
$+ \binom{n}{r}\cdot a^{n-r}\cdot b^r + \dots + \binom{n}{n}\cdot b^n$

açılımına binom açılımı adını veriyoruz.

$(x+y)^3 = \binom{3}{0}\cdot x^3 + \binom{3}{1}\cdot x^2\cdot y^1 + \binom{3}{2}\cdot x\cdot y^2 + \binom{3}{3}\cdot y^3$
$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x-y)^4 = \binom{4}{0}\cdot x^4 - \binom{4}{1}\cdot x^3\cdot y^1 + \binom{4}{2}\cdot x^2\cdot y^2 - \binom{4}{3}\cdot x y^3 + \binom{4}{4}\cdot y^4$

1) $P(x) = (x+2)^4 + 3.(x+1)^3$ polinomunda x li terimin katsayısı nedir?

$\binom{4}{0}\cdot x^4 + \binom{4}{1}\cdot x^3\cdot 2^1 + \binom{4}{2}\cdot x^2\cdot 2^2 + \binom{4}{3}\cdot x^1\cdot 2^3 + \binom{4}{4}\cdot 2^4$

$4.x.8 = 32x$

$3.(x+1)^3 = 3.\left(\binom{3}{0}\cdot x^3 + \binom{3}{1}\cdot x^2\cdot 1 + \binom{3}{2}\cdot x^1\cdot 1^2 + \binom{3}{3}\cdot 1^3\right)$

$3.\binom{3}{2}\cdot x = 9x$

$32x + 9x = 41x$ → 41

☺ $(a \pm b)^n$ açılımında

- $(n+1)$ tane terim var.
- Her terimde üsler toplamı n'e eşittir.
- $a=b=1$ yazılarak katsayılar toplamı bulunur.
- $a=b=0$ yazılarak sabit terim bulunur.
- Baştan $(r+1)$. terim $\binom{n}{r}\cdot a^{n-r}\cdot b^r$
- Sondaki terim ya da ortadaki terim sorulduğunda bu terimin baştan kaçıncı terim olduğu bulunur ve hemen yukarıdaki formül kullanılır.

2) $(x-3y)^5$ açılımında baştan 4. terimin katsayısı nedir?

$\binom{5}{3}\cdot x^2\cdot(-3y)^3 = 10.x^2.-27y^3$
$= -270x^2y^3$

3) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^6$ açılımında baştan 3. terimin katsayısı nedir?

$\binom{6}{2}\cdot x^4\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 15.x^4.\frac{4}{x^2} = 60x^2$

4) $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^7$ açılımında sondan 6. terimin katsayısı nedir?

_ _ ↓_ _ _ _ _ _

baştan 3. terim

$\binom{7}{2}\cdot(x^2)^5\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 21.x^{10}.\frac{1}{x^2} = 21x^8$

5) $(x^2+y^3)^7$ açılımında $x^8.y^9$ lu terimin katsayısı nedir?

$\binom{7}{r}\cdot(x^2)^{7-r}\cdot(y^3)^r = A.x^8.y^9$

$\Rightarrow r=3$

$\binom{7}{3}\cdot(x^2)^4\cdot(y^3)^3 = 35x^8.y^9$ → $A=35$

6) $(x+2y)^8 = x^8 + \dots + 16.a.x^3.y^5 + \dots$ eşitliğinde a nedir?

$\binom{8}{r}\cdot x^{8-r}\cdot(2y)^r = 16.a.x^3.y^5$

$\Rightarrow r=5$

$\binom{8}{5}\cdot x^3\cdot(2y)^5 = 16.a.x^3.y^5$

$56.x^3.32y^5 = 16.a.x^3.y^5$

$112 = a$

7) $\left(\frac{2}{x}-x^2\right)^7$ nin açılımında x^8 li terimin katsayısı nedir?

$\binom{7}{r}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{7-r}\cdot(-x^2)^r = A.x^8$

$\frac{x^{2r}}{x^{7-r}} = x^{3r-7} \Rightarrow 3r-7=8$
$3r=15$
$r=5$

$\binom{7}{5}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^2\cdot(-x^2)^5 = 21.\frac{4}{x^2}.-x^{10}$
$=-84.x^8$

8) $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^7$ nin açılımında x^5 li terimin katsayısı nedir?

$\binom{7}{r}\cdot(x^2)^{7-r}\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^r = A.x^5$

$\frac{x^{14-2r}}{x^r} = x^{14-3r}$
$14-3r=5$
$9=3r \Rightarrow r=3$

$\binom{7}{3}\cdot(x^2)^4\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^3 = 35.x^8.-\frac{1}{x^3} = -35x^5$

9) $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^7$ nin açılımında x^5 li terimin katsayısı nedir?

$\binom{7}{r}\cdot(x^3)^{7-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^r = A.x^5$

$\frac{x^{21-3r}}{x^r} = x^{21-4r}$

$21-4r=5$
$16=4r$
$\Rightarrow r=4$

$\binom{7}{4}\cdot(x^3)^3\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^4$

$=35.x^9.\frac{1}{x^4} = 35x^5$

10) $(x-3y+4)^7$ açılımında katsayılar toplamı nedir?

$x=y=1$ için $(1-3+4)^7=2^7=128$

11) $(2x-y+2)^5$ açılımında sabit terim nedir?

$x=y=0$ için $(0-0+2)^5=2^5=32$

12) $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$ ifadesinin açılımındaki sabit terim nedir?

$\binom{6}{r}.x^{6-r}.\left(\frac{1}{x^2}\right)^r = A.x^0$

$\frac{x^{6-r}}{x^{2r}} = x^{6-3r}$

$6-3r=0 \Rightarrow r=2$

$\binom{6}{2}\cdot(x)^4\cdot\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 15.x^4.\frac{1}{x^4} = 15$

13) $\left(x^2+\frac{2}{x^2}\right)^6$ açılımındaki sabit terim nedir?

$\binom{6}{r}\cdot(x^2)^{6-r}\cdot\left(\frac{2}{x^2}\right)^r = A.x^0$

$\frac{x^{12-2r}}{x^{2r}} = x^{12-4r} \Rightarrow 12-4r=0$
$r=3$

$\binom{6}{3}\cdot(x^2)^3\cdot\left(\frac{2}{x^2}\right)^3 = 20.x^6.\frac{8}{x^6} = 160$

14) $\left(\sqrt[3]{6}+3\right)^9$ açılımında kaç tane terim rasyoneldir?

$\binom{9}{r}\cdot\left(\sqrt[3]{6}\right)^{9-r}.3^r$



$\binom{9}{r}.6^{\frac{9-r}{3}}.3^r$

$r=0,3,6,9$

• 4 tane terimi rasyoneldir.

☺ $(ax+by+cz)^n$ açılımında $x^p.y^q.z^r$ li terimin katsayısı :

$(ax)^p.(by)^q.(cz)^r.\frac{n!}{p!.q!.r!}$ dir. $(p+q+r=n)$

☺ Genel olarak; $(x_1+x_2+x_3+...+x_r)^n$ açılımında terim sayısı: $\binom{n+r-1}{n}$ dir.

15) $(a+2b-c)^6$ açılımında kaç tane terim vardır?

$\binom{6+3-1}{6}=\binom{8}{6}=\binom{8}{2}=\frac{8.7}{2}=28$

16) $(a+b-c+5d)^6$ açılımında kaç tane terim vardır?

$\binom{6+4-1}{6}=\binom{9}{6}=\binom{9}{3}=\frac{9.8.7}{3.2.1}=84$

17) $(3x-2y+z)^7$ açılımında $x^4.y^2.z$ li terimin katsayısı nedir?

$(3x)^4.(-2y)^2.z^1.\frac{7!}{4!.2!.1!}$

$81x^4.4y^2.z^1.\frac{7.6.5.4!}{4!.2.1}=324x^4y^2z.105$
$=34020x^4y^2z$

18) $(x-2y^2+z)^9$ açılımında $x^4y^4z^3$ lü terimin katsayısı nedir?

$x^4.(-2y^2)^2.z^3.\frac{9!}{4!.2!.3!}$

$=x^4.4y^4.z^3.\frac{9.8.7.6.5.4!}{4!.2.6}$

$=4x^4y^4z^3.36.35$

$=5040x^4y^4z^3$

iPlik Kuralı

- $a,b,c,d,... \in N$

* $a+b+c+...+z=x$ ifadesindeki + sayısı iplik sayısını verir. Kaç farklı durum için sağlandığının formülü :

$\frac{(x+\text{iplik sayısı})!}{x!\,(\text{iplik sayısı})!}$

19) $a+b=4$ ise $a,b\in N$ için kaç farklı durum söz konusudur?

$\frac{(4+1)!}{4!\,1!}=\frac{5!}{4!}=5$

20) $a,b,c\in N$ ve $a+b+c=6$ için kaç farklı durum söz konusudur?

$\frac{(6+2)!}{6!\,2!}=\frac{8!}{6!\,2!}=\frac{8.7.6!}{6!\,2}=28$

☺ $a,b,c,d\neq 0$ olursa $a,b,c,d\in N^+=Z^+$ ise,
$a+b+c+d=10$ ifadesinde
a,b,c,d sıfırdan farklı ise kaç tane (a,b,c,d) dörtlüsü yazılabilir?

Normalde $\frac{(10+3)!}{10!\,3!}$ olacaktı. Ancak bu durumda $a=0,\ b=0,\ c=0,\ d=0$ olmak üzere 4 elemanı hem pay hemde paydadan çıkarıyoruz. Yani,

$\frac{(10+3-4)!}{(10-4)!\,3!}=\frac{9!}{6!\,3!}$ olur.